Уважаемые ребята!

Вам предоставляется справочный материал

по теме «Вписанные и описанные окружности»

Мы с Вами его рассматривали,

но хотелось еще раз повторить перед итоговым контролем

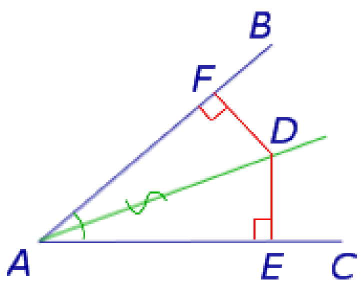
Материал взят с открытого интернет-доступа

https://www.resolventa.ru/demo/diaggia6.htm

Вписанная окружность в треугольник

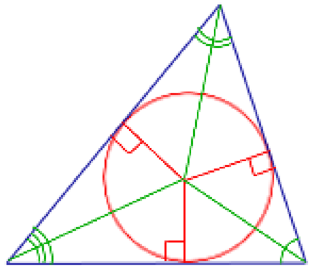
Определение. **Биссектрисой угла** называют луч, делящий угол на две равные части

Теорема (Основное свойство биссектрисы угла). Каждая точка биссектрисы угла находится на одном и том же расстоянии от сторон угла



Определение. **Окружностью, вписанной в треугольник,** называют окружность, которая касается всех сторон треугольника.

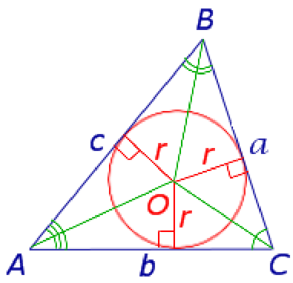
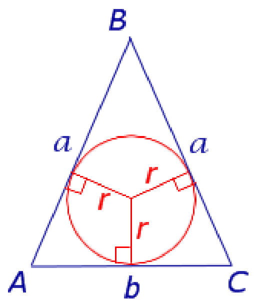
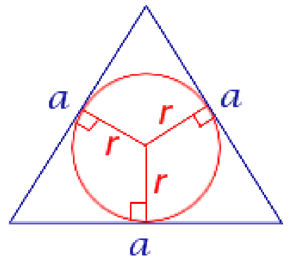
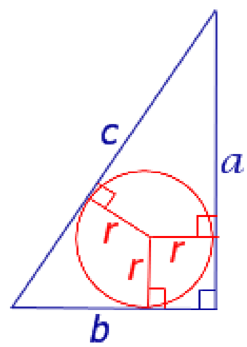
В этом случае треугольник называют *треугольником, описанным около окружности*.



В любой треугольник можно вписать окружность, причем только одну.

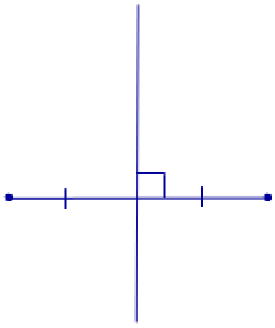
Центром вписанной в треугольник окружности является точка, ***пересечения биссектрис треугольника.***

Формулы для радиуса окружности, вписанной в треугольник

Фигура	Рисунок	Формула	Обозначения
Произвольный треугольник		$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{2S}{a+b+c}$ $r = \sqrt{\dfrac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$	*a, b, c* – стороны треугольника, *S* – площадь, *r* – радиус вписанной окружности, *p* – полупериметр $p = \dfrac{1}{2}(a+b+c)$.
Равнобедренный треугольник		$r = \dfrac{b}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{2a-b}{2a+b}}$	*a* – боковая сторона треугольника, *b* – основание, *r* – радиус вписанной окружности
Равносторонний треугольник		$r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$	*a* – сторона равностороннего треугольника, *r* – радиус вписанной окружности
Прямоугольный треугольник		$r = \dfrac{1}{2}(a+b-c)$ $r = \dfrac{1}{2}\left(a+b-\sqrt{a^2+b^2}\right)$	*a, b* – катеты прямоугольного треугольника, *c* – гипотенуза, *r* – радиус вписанной окружности

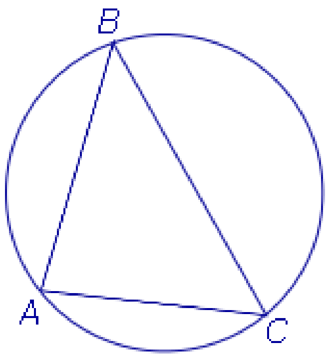
Окружность, описанная около треугольника

Определение. **Серединным перпендикуляром к отрезку** называют, прямую, перпендикулярную к этому отрезку и проходящую через его середину



Определение. **Окружностью, описанной около треугольника**, называют окружность, проходящую через все три вершины треугольника.

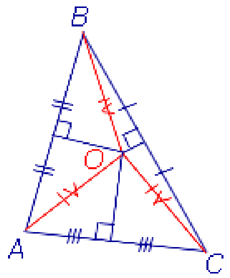
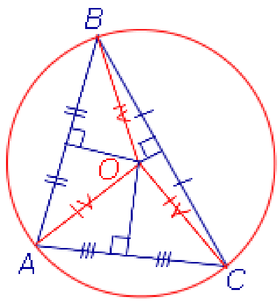
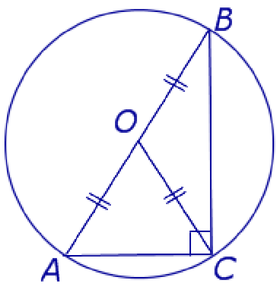
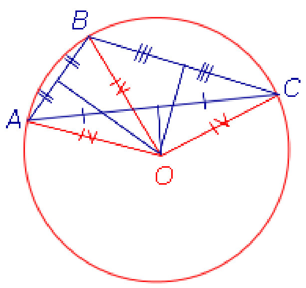
В этом случае треугольник называют *треугольником, вписанным в окружность,* или *вписанным треугольником*.



Около любого треугольника можно описать окружность.

Центром описанной около треугольника окружности является **точка пересечения серединных перпендикуляров**, проведённые к сторонам треугольника.

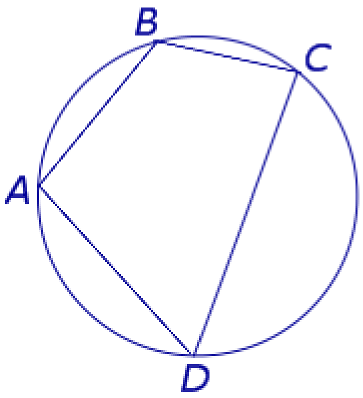
Свойства описанной около треугольника окружности

Фигура	Рисунок	Свойство
Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника		***Все серединные перпендикуляры***, проведённые к сторонам произвольного треугольника, ***пересекаются в одной точке***.
Окружность, описанная около треугольника		***Около любого треугольника можно описать окружность***. Центром описанной около треугольника окружности является точка, в которой пересекаются все серединные перпендикуляры, проведённые к сторонам треугольника.
Центр описанной около остроугольного треугольника окружности		Центр описанной около ***остроугольного*** треугольника окружности лежит ***внутри*** треугольника.
Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности		Центром описанной около ***прямоугольного*** треугольника окружности является ***середина гипотенузы***.
Центр описанной около тупоугольного треугольника окружности		Центр описанной около ***тупоугольного*** треугольника окружности лежит ***вне*** треугольника.

Вписанные четырёхугольники в окружность

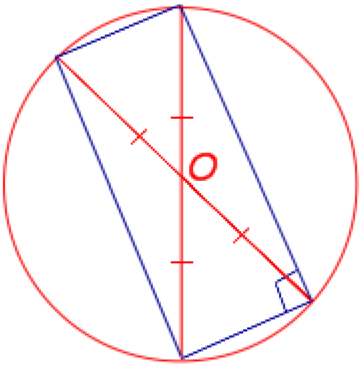
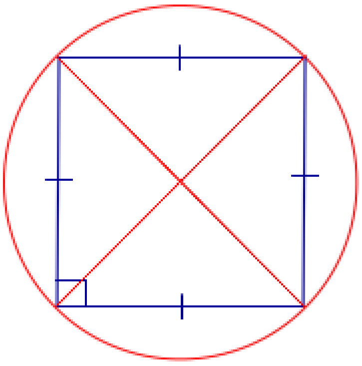
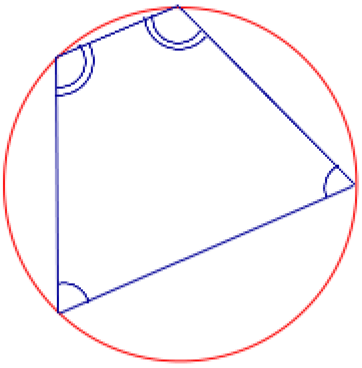
Определение. Окружностью, **описанной** около четырёхугольника, называют окружность, проходящую через все вершины четырёхугольника.

В этом случае четырёхугольник называют ***четырёхугольником, вписанным в окружность,*** или ***вписанным четырёхугольником***.



Если четырёхугольник вписан в окружность, то суммы величин его противоположных углов равны 180°.

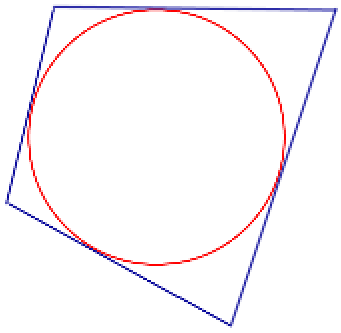
Вписанные четырёхугольники

Фигура	Рисунок	Свойство
Окружность, описанная около параллелограмма		Окружность можно описать около параллелограмма тогда и только тогда, когда параллелограмм является прямоугольником.
Окружность, описанная около ромба		Окружность можно описать около ромба тогда и только тогда, когда ромб является квадратом.
Окружность, описанная около трапеции		Окружность можно описать около трапеции тогда и только тогда, когда трапеция является равнобедренной трапецией.

Описанные четырехугольники

Определение. Окружностью, **вписанной** в **четырёхугольник,** называют окружность, которая **касается** каждой из сторон четырёхугольника.

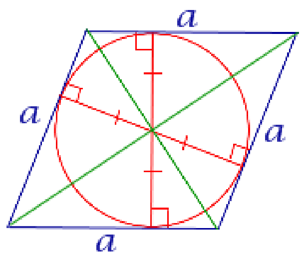
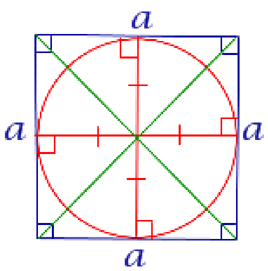
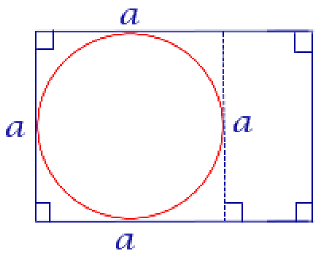
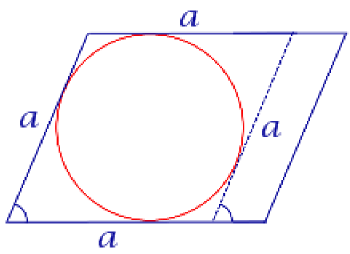
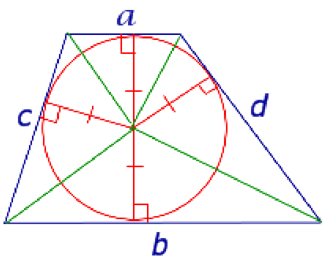
В этом случае четырёхугольник называют *четырёхугольником, описанным около окружности* или *описанным четырёхугольником*.



Замечание. мы рассматриваем только *выпуклые четырёхугольники*.

Если четырёхугольник описан около окружности, **то суммы длин его противоположных сторон равны**.

Описанные четырёхугольники

Фигура	Рисунок	Утверждение
Ромб		В любой ромб можно вписать окружность
Квадрат		В любой квадрат можно вписать окружность
Прямоугольник		В прямоугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является квадратом
Параллелограмм		В параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является ромбом
Трапеция		В трапецию можно вписать окружность тогда и только тогда, когда у трапеции ***сумма длин боковых сторон рана сумме длин оснований***