

Геометрия

Тема: Площади геометрических фигур на плоскости.

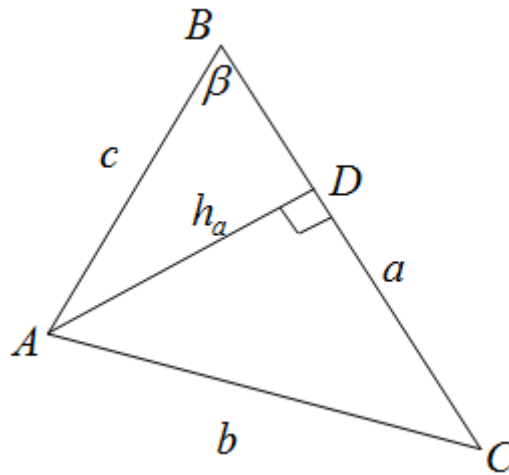
Треугольник

Для вычисления площади произвольного треугольника используются следующие формулы:

Полу произведение стороны на высоту, опущенную на эту сторону: $S = \frac{1}{2} ah_a$.

Полу произведение сторон на угол между ними: $S = \frac{1}{2} ac \sin \beta$

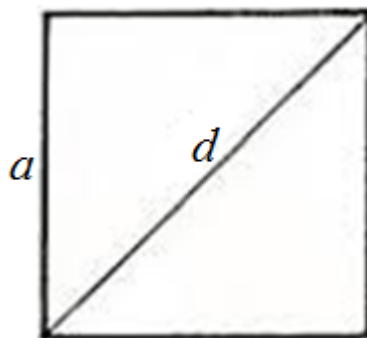
Формула Герона: $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$ где $p = \frac{a+b+c}{2}$



Квадрат

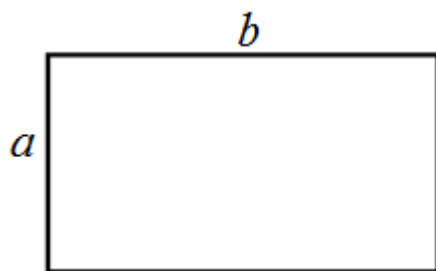
Площадь квадрата со стороной a равна квадрату стороны, то есть $S = a^2$

Если известна диагональ квадрата, то его площадь равна $S = \frac{d^2}{2}$



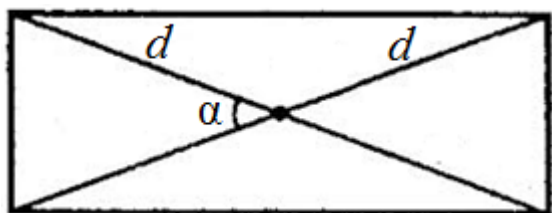
Прямоугольник.

Пусть задан прямоугольник со сторонами a и b . Тогда его площадь равна произведению сторон



$$S = ab$$

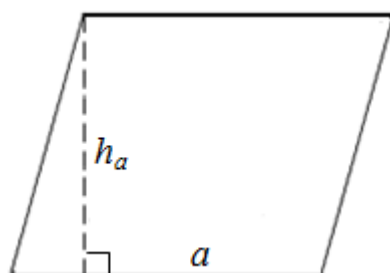
Если заданы диагонали прямоугольника (их длины равны) и угол между ними, то площадь вычисляется по формуле:



$$S = \frac{1}{2}d^2 \sin \alpha$$

Параллелограмм

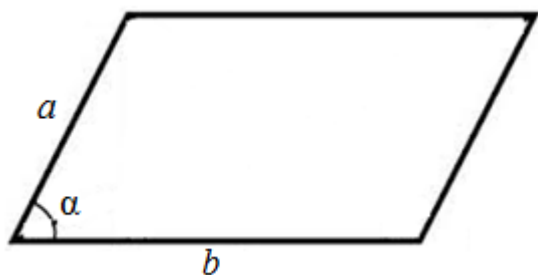
Площадь параллелограмма вычисляется по формуле:



$$S = ah_a$$

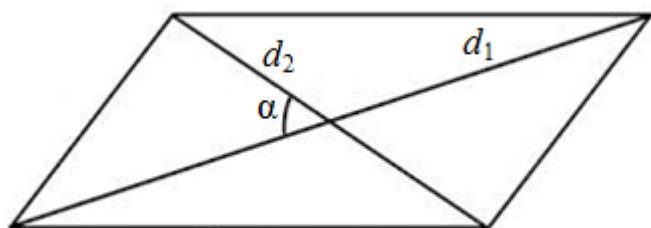
где a – сторона параллелограмма, h_a – высота, проведенная к этой стороне.

Если известны длины двух смежных сторон параллелограмма и угол между ними, то площадь параллелограмма вычисляется по формуле:



$$S = ab \sin \alpha$$

Если заданы диагонали параллелограмма и известен угол между ними, то площадь параллелограмма вычисляется по формуле



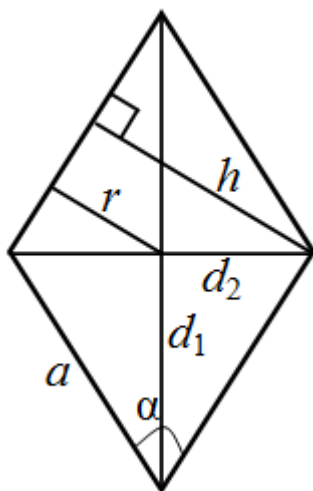
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

Ромб

Площадь ромба равна произведению стороны на высоту, проведенную к этой стороне, то есть $S = ah$

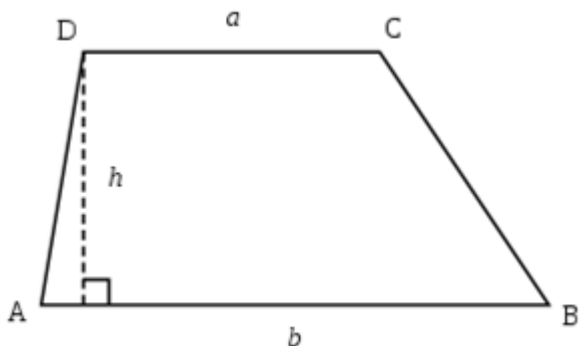
Если известна сторона ромба (у ромба все стороны равны) и угол между сторонами, то площадь можно найти по следующей формуле: $S = a^2 \sin \alpha$

Площадь ромба также равна полу произведению диагоналей, то есть: $S = \frac{d_1 d_2}{2}$



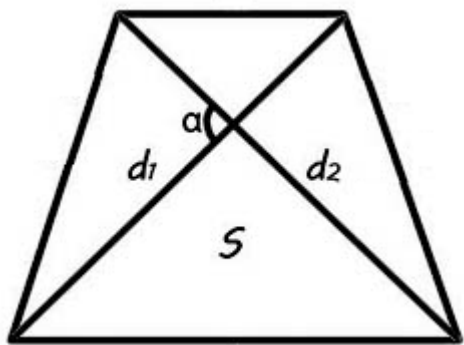
Трапеция.

Площадь трапеции равна произведению полсуммы оснований a и b на высоту h



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

Если d_1 , d_2 – диагонали трапеции, а $\angle \alpha$ – угол между ними, то площадь трапеции можно вычислить по формуле:

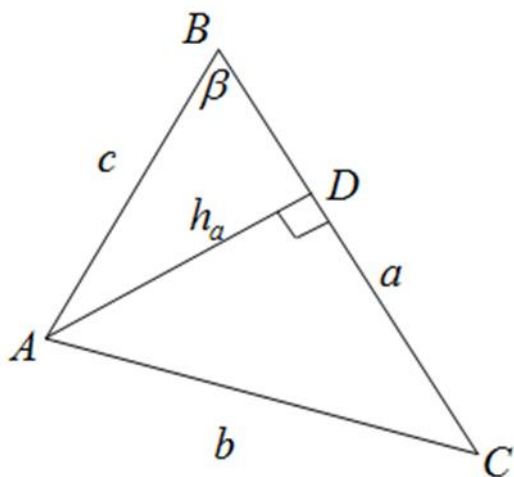


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

Решение задач

Площадь треугольника

Задача 1. Сторона треугольника равна 8 см, а высота, проведенная к ней, - 4,5см. Найти площадь треугольника.



Дано: $\triangle ABC$, $BC = 8$ см, $AD \perp BC$, $AD = 4,5$ см.

Найти: S_{ABC}

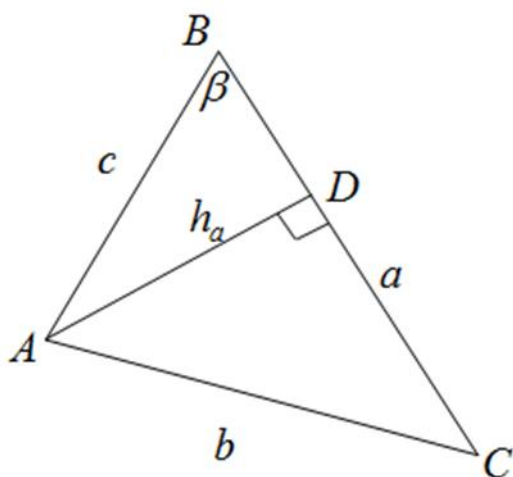
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} * 8 * 4,5 = 18 \text{ см}^2$$

Ответ: 18 см^2

Задача 2. Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 4см и 7см, а угол между ними 30° .



Дано: $\triangle ABC$, $BC = 7\text{см}$, $AB = 4\text{см}$., $\angle\beta = 30^\circ$

Найти: S_{ABC}

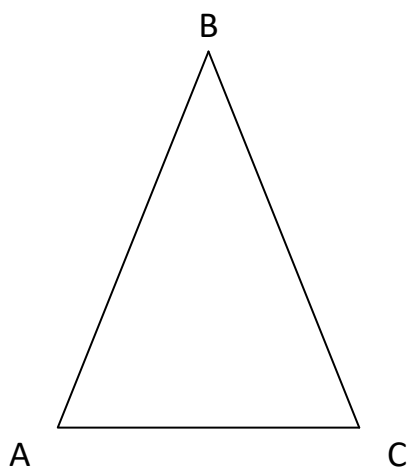
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{1}{2} ac \sin \beta = \frac{1}{2} * 7 * 4 * \sin 30^\circ = \frac{1}{2} * 7 * 4 * \frac{1}{2} = 7 \text{ см}^2$$

Ответ: 7 см^2

Задача 3. Найти площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 4 см, а боковая сторона – 6см.



Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC = 6\text{см}$, $AC = 4\text{см}$.

Найти: S_{ABC}

Решение:

Воспользуемся формулой Герона

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{6 + 6 + 4}{2} = 8$$

$$S = \sqrt{(p - a)(p - b)(p - c)} = \sqrt{(8 - 6)(8 - 6)(8 - 4)} = 4 \text{ см}^2$$

Ответ: 4 см^2

Решить самостоятельно:

Задача 1. Сторона треугольника равна 12 см, а высота, проведенная к ней, - 2,5см. Найти площадь треугольника.

Задача 2. Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 9см и $3\sqrt{2}\text{см}$, а угол между ними 45°

Задача 3. Найти площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 17см, а боковая сторона – 5см.

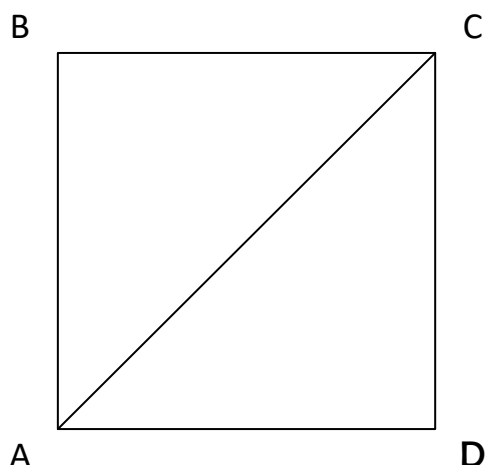
Дополнительно задачи:

Задача 1. Найти площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 6см и 9см.

Задача 2 Площадь треугольника равна 82см^2 . Найти высоту треугольника, проведенную к стороне длиной 8см.

Площадь квадрата и прямоугольника

Задача 1. Найти площадь квадрата, диагональ которого равна 4 см.



Дано: ABCD - квадрат, AC = 4 см

Найти: S_{ABCD}

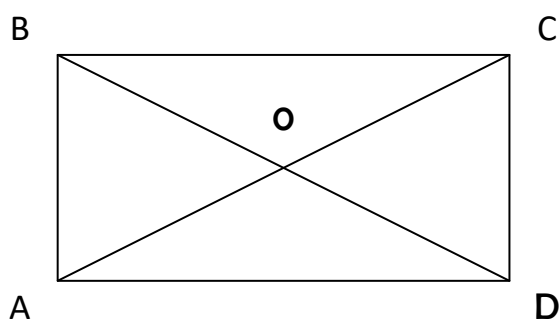
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{d^2}{2} = \frac{4^2}{2} = 8 \text{ см}^2$$

Ответ 8 см²

Задача 2. Найти площадь прямоугольника если его диагонали равны 8 см и образуют угол 30°.



Дано: ABCD – прямоугольник,
AC=BD=8 см, $\angle AOB = 30^\circ$

Найти: S_{ABCD}

Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} * 8^2 * \sin 30^\circ = \frac{1}{2} * 64 * \frac{1}{2} = 16 \text{ см}^2$$

Ответ 16 см²

Решить самостоятельно:

Задача 1. Найти площадь квадрата, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см.

Задача 2. Найти площадь прямоугольника если его диагонали равны 4 см и образуют угол 60°.

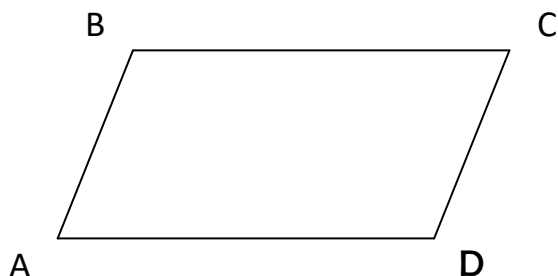
Дополнительно задачи:

Задача 1. Найти площадь прямоугольника стороны, которого равны 12 см и 8 см.

Задача 2. Найти сторону квадрата, если его площадь равна 196 см².

Площадь параллелограмма и ромба

Задача 1. Найти площадь параллелограмма, стороны которого равны 9см и 12см, а угол между ними – 60° .



Дано: ABCD – параллелограмм,
 $AB = 9\text{см}$, $CD = 12\text{см}$. $\angle BAD = 60^\circ$

Найти: S_{ABCD}

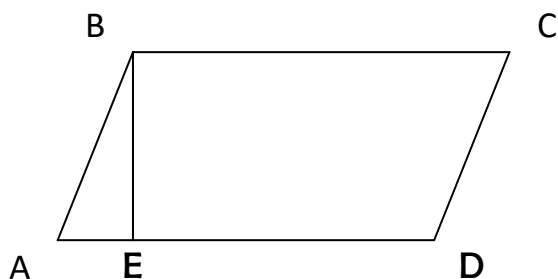
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = absin\alpha = AB * AD * \sin\angle BAD = 9 * 12 * \sin 60^\circ = 108 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 90\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Ответ: $90\sqrt{3} \text{ см}^2$

Задача 2. Найти площадь параллелограмма, сторона которого равна 18см, а высота, проведенная к ней, – 7см.



Дано: ABCD – параллелограмм, $AD \perp BE$

$AD = 18\text{см}$, $BE = 7\text{см}$,

Найти: S_{ABCD}

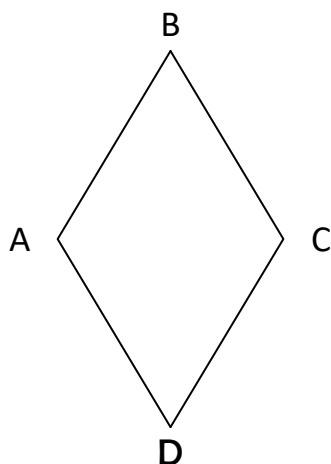
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = ah_a = AD * BE = 18 * 7 = 126 \text{ см}^2$$

Ответ: 126 см^2

Задача 3. Найти площадь ромба, сторона которого равна $4\sqrt{3}$ см, а один из углов – 60° .



Дано: ABCD – ромб, $AB = 4\sqrt{3}\text{см}$, $\angle BAD = 120^\circ$

Найти: S_{ABCD}

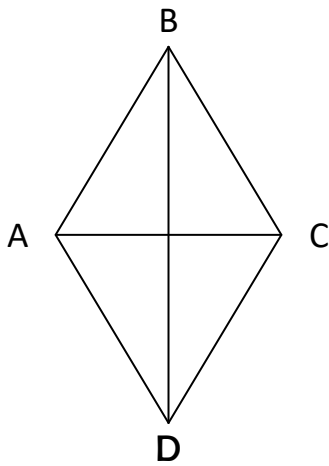
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = a^2 \sin\alpha = AB^2 * \sin\angle BAD = (4\sqrt{3})^2 * \sin 60^\circ = 48 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Ответ: $24\sqrt{3} \text{ см}^2$

Задача 4. Найти площадь ромба, диагонали которого равны 4см и 7см.



Дано: ABCD – ромб, AC = 4 см, BD = 7 см

Найти: S_{ABCD}

Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14 \text{ см}^2$$

Ответ: 14 см²

Решить самостоятельно:

Задача 1. Найти площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 10 см, а угол между ними – 120°.

Задача 2. Найти площадь параллелограмма, сторона которого равна 10 см, а высота, проведенная к ней, – 14 см.

Задача 3. Найти площадь ромба, сторона которого равна 8 см, а один из углов – 30°.

Задача 4. Найти площадь ромба, диагонали которого равны $6\sqrt{3}$ см и $8\sqrt{3}$ см.

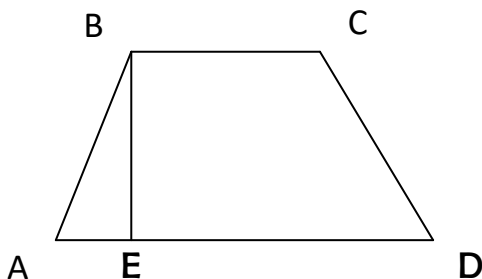
Дополнительно задачи:

Задача 1. Площадь параллелограмма равна 48 см². Найти расстояние между сторонами параллелограмма, длины которых 6 см.

Задача 2. Углы ромба относятся как 1:3, а его сторона равна 8 см. Найти площадь ромба.

Площадь трапеции

Задача 1. Найти площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 11 см, а высота – 4 см.



+Дано: ABCD – трапеция.

BC = 11 см, AD = 8 см, $BE \perp AD$, BE = 4 см.

Найти: S_{ABCD}

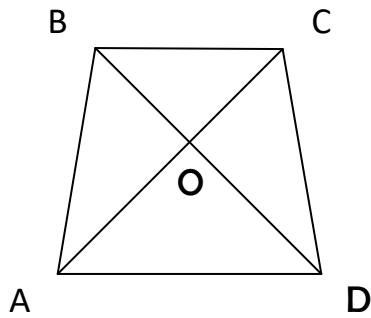
Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{a+b}{2} h = \frac{BC+AD}{2} \cdot BE = \frac{11+8}{2} \cdot 4 = 38 \text{ см}^2$$

Ответ: 38 см²

Задача 2. Найти площадь равнобедренной трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а основания равны 14см и 8см.



Дано: ABCD – трапеция $AB = CD$,

$AC = 8\text{см}$, $BD = 14\text{см}$, $AC \perp BD$.

Найти: S_{ABCD}

Решение:

Воспользуемся формулой

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha = \frac{1}{2}AC * BD\sin\angle AOD = \frac{1}{2}8 * 14\sin 90^\circ = 56 \text{ см}^2$$

Ответ: 56 см^2

Решить самостоятельно:

Задача 1. Найти площадь трапеции, основания которой равны 10см и 12см, а высота – 6см.

Задача 2. Найти площадь трапеции, диагонали которой пересекаются под углом 60° , а основания равны 16см и 4см.

Дополнительно задачи:

Задача 1. Площадь трапеции равна 24см^2 , а ее высота – 4см. Найти основания трапеции, если они относятся как 1:5.

Задача 2. Основания равнобедренной трапеции равны 30см и 40 см, а диагональ – 37см. Найти площадь трапеции.